## Calcolo delle proposizioni e calcolo dei predicati

Abbiamo già notato che il *calcolo delle proposizioni* non considera come è fatto al suo interno un enunciato elementare, non entra nel merito di ciò che esso afferma; e neanche prende in considerazione quale collegamento esista tra gli elementi del discorso e gli oggetti fuori del discorso a cui essi si riferiscono. Potremmo anche dire che il calcolo delle proposizioni non è interessato al significato degli enunciati, ma solo alla forma degli enunciati complessi.

Se cercassimo di esprimere il ragionamento

*Tutti gli uomini sono mortali*, *Socrate è un uomo* quindi *Socrate è mortale.*

ricorrendo ai soli connettivi della logica proposizionale, lo dovremmo rappresentare così:

p, q ├ r

formula che ovviamente non è corretta, perché in generale da due enunciati qualunque non se ne può derivare un terzo arbitrario; notiamo che questa formula non rispecchia il fatto che la parola *Socrate* occorre in due degli enunciati, così come anche la parola *uomo*, se prescindiamo dalla declinazione singolare-plurale. La validità dell’inferenza contenuta nel ragionamento, peraltro evidente, non può essere stabilita sulla base delle relazioni esistenti tra le tre proposizioni componenti, ma solo in base alle relazioni esistenti tra i *termini* che in esse occorrono [4].

## La logica categorica

Il limite del calcolo delle proposizioni è superato dal *calcolo dei predicati*. Storicamente, il primo passo fu rappresentato dal modellare ogni enunciato come una coppia di *soggetto* e *predicato*, uniti dalla copula “è” o “sono”, nella quale il *soggetto* S può stare per un individuo o per un insieme di individui ed il *predicato* P afferma una qualche *proprietà* del soggetto. Lo schema generale è

S è P

Dato che in Aristotele le *categorie* raccolgono tutte le proprietà che si possono predicare di un soggetto, gli enunciati di questo tipo sono detti *categorici* ed il loro studio è chiamato anche *logica categorica*.

#### Enunciati particolari e generali, affermativi e negativi

Lo schema di enunciato *S è P* può differenziarsi in quattro tipi

A - universale affermativo: *ogni S è P*  (es: *ogni uomo è generoso*)

I - particolare affermativo: *qualche S è P* (es: *qualche uomo è generoso*)

E - universale negativo: *nessun S è P* (es: *nessun uomo è generoso*)

O - particolare negativo: *qualche S non è P* (es: *qualche uomo non è generoso*)

dove le vocali maiuscole sono state scelte dai logici aristotelici medievali, per designare i quattro tipi di enunciati, estraendole dalle parole latine AdfIrmo e nEgO.

Forse è superfluo notare che

* negli enunciati generali, o universali, tipicamente occorrono parole come *ogni*, *tutti*, *nessuno*,
* negli enunciati particolari tipicamente occorrono parole come *qualche* e *alcuni* o nomi che denotano specifici individui.

Gli stessi logici hanno anche inventato un modo ingegnoso di disporre i quattro tipi di enunciati categorici ai vertici di un *quadrilatero degli opposti*



in cui i lati e le diagonali sono etichettate nel seguente modo:

A-E “contrari”: *gli enunciati non possono essere entrambi veri*

I-O “subcontrari”: *gli enunciati non possono essere entrambi falsi*

A-I e E-O “subalterni”: *l’enunciato particolare di ciascuna coppia può essere inferito da quello generale*

A-O e E-I “contraddittori”: *gli elementi di ciascuna coppia hanno valori di verità opposti tra loro*

I vincoli sopra esposti, tra enunciati aventi lo stesso soggetto e lo stesso predicato, ma con diversa portata (universale o particolare) e diverso segno (presenza o meno della negazione), possiamo considerarli come criteri per decidere sulla validità o meno dei numerosi tipi di sillogismo che si ottengono combinando in tutti i modi possibili gli enunciati categorici: enunciati universali e particolari, affermativi e negativi.

## Sillogismo e sillogismi

Il ragionamento su Socrate che, in quanto uomo, è mortale, costituisce un esempio di *sillogismo*. Esiste tutta una famiglia di forme di ragionamento dimostrativo, studiate inizialmente da Aristotele e chiamate *sillogismi categorici*, che hanno in comune le seguenti *caratteristiche generali*:

1. concatenano tre enunciati categorici, che devono includere una premessa di portata universale, detta *premessa maggiore*, una seconda premessa, detta *premessa minore* e una *conclusione*
2. almeno una delle premesse è affermativa, ovvero le premesse non possono essere entrambe negative
3. ciascuno dei i termini che occorrono nella conclusione deve occorrere anche in una delle premesse
4. è necessario un *termine medio* che occorra in entrambe le premesse
5. se una delle premesse è negativa, anche la conclusione sarà negativa
6. la conclusione ha la stessa “forza” della premessa più “debole”: basta che una premessa sia particolare perché la conclusione sia particolare; ma se entrambe le premesse sono universali, anche la conclusione deve essere universale;

provate a rileggere il sillogismo su Socrate per rendervi conto esso rispetta queste caratteristiche.

Le principali forme del sillogismo aristotelico, dette anche *figure*, si distinguono per la posizione del termine medio all’interno delle premesse. Ne illustriamo brevemente tre; della quarta forniamo solo lo schema caratteristico.

#### L’interpretazione dei sillogismi in termini estensionali

Le regole dei sillogismi si possono rendere intuitive dandone un’interpretazione in termini di insiemi e una rappresentazione insiemistica con i diagrammi di Venn. Se etichettiamo come A l'insieme dei soggetti della categoria S ed etichettiamo come B l'insieme dei soggetti della categoria P, le figure seguenti forniscono rappresentazioni con diagrammi di Venn dei quattro tipi di sillogismo ai vertici del quadrato degli opposti:



Questo è il mapping dalla formulazione in termini di categorie (tra parentesi) a quella in termini di insiemi:

Figura 1: ogni elemento di A è un elemento di B (tutti gli S sono P)
Figura 2: nessun elemento di A è un elemento di B (nessun S è P)
Figura 3: alcuni elementi di A sono anche elementi di B (qualche S è P)
Figura 4: alcuni elementi di A non sono elementi di B (qualche S non è P)

## La prima figura del sillogismo

L’esempio fatto più sopra, che qui riportiamo per comodità

*Tutti gli uomini sono mortali*, *Socrate è un uomo* quindi *Socrate è mortale*

costituisce, in particolare, un esempio di sillogismo della *prima figura*, nel quale il termine medio - sottolineato - occorre come soggetto della *premessa maggiore* e come predicato della *premessa minore* (quella meno universale):

* *uomo* / *uomini* è il termine medio, che compare in entrambe le premesse
* la premessa maggiore, *Tutti gli uomini sono mortali*,in questo caso è affermativa
* la premessa minore, *Socrate è un uomo*, in questo caso è anch’essa affermativa.

Se schematizziamo ciascun enunciato con una coppia di lettere del tipo S/P, dove S sta per soggetto e P per predicato (soggetto/predicato), e poi rimpiazziamo S o P con M nella posizione del termine medio, i tre enunciati della prima figura si possono schematizzare nell’ordine come M/P, S/M, S/P.

#### Modi validi per i sillogismi della prima figura

Si può dimostrare che, fra tutte le combinazioni compatibili con lo schema di sillogismo della prima figura (M/P, S/M, S/P), sono validi i sottotipi – o *modi* – qui sotto esemplificati:

*Tutti i bambini sono intelligenti, Tutti i monelli sono bambini* , quindi *Tutti i monelli sono intelligenti.*

*Nessun pesce ha i polmoni, Tutte le carpe sono pesci* , quindi *Nessuna carpa ha i polmoni.*

*Tutti i professori sono clown, Alcuni saggi sono professori* , quindi *Alcuni saggi sono clown.*

*Nessun mammifero è un pesce, Alcuni animali acquatici sono mammiferi* , quindi *Qualche animale acquatico non è un pesce.*

Vediamo infatti che tutti soddisfano le 6 caratteristiche generali dei sillogismi categorici e lo schema proprio della prima figura. Negli esempi il termine medio è stato sempre sottolineato.

## Le altre figure del sillogismo

#### La seconda figura del sillogismo

Si ha la seconda figura quando il termine medio occorre come predicato in entrambe le premesse; la si può schematizzare come S/M, S/M, S/P. I modi di questa figura danno luogo solo a conclusioni negative.

Ne diamo un solo esempio:

*Nessun onesto è bugiardo, Alcuni politici sono bugiardi* quindi *Alcuni politici non sono onesti.*

#### La terza figura del sillogismo

Si ha la terza figura quando il termine medio occorre come soggetto in entrambe le premesse; la si può schematizzare come M/P, M/P, S/P. I modi di questa figura danno luogo solo a conclusioni particolari.

Ne diamo un solo esempio:

*Tutti i Canadesi sono nord-americani, Alcuni Canadesi sono alti* quindi *Alcuni nord-americani sono alti.*

### La quarta figura del sillogismo

Lo schema caratteristico di questa figura è P/M, M/S, S/P.

# BIBLIOGRAFIA E WEBOGRAFIA

[1] Willy - Liceo Alfano I di Salerno (?), Breve introduzione alla logica, 2016
http://www.liceoalfano1.gov.it/documenti/category/64-alfano-logico.html?download=375

[2] Francesco Piro, L’argomentazione - Invito al pensiero e alla lettura critica, 2015, Fuori commercio – Dispensa ad esclusivo uso didattico
http://www.liceoalfano1.gov.it/documenti/category/64-alfano-logico.html?download=316

[3] Francesco Piro, Manuale di educazione al pensiero critico. Comprendere e argomentare, prefazione di Tullio De Mauro, Editoriale Scientifica, Napoli, 2015, pp.280

[4] CIDI - Centro di iniziativa democratica degli insegnanti (a cura di), Introduzione alla logica, Editori Riuniti, 1976

[5] Matematica online – YouMath, Implicazione (2018)
https://www.youmath.it/domande-a-risposte/view/6992-implicazione-matematica.html

[6] John Pollock, Interest driven suppositional reasoning. Journal of Automated Reasoning, 6:419-462, 1992

[7] Roberta Ferrario, Il ragionamento controfattuale: un modello e la sua applicazione al ragionamento pratico (2002), Università di Trento - Technical Report DIT-02-101

[8] Oxford Companion for Philosophy, Definizione di counterfactual.