

Calcolo delle proposizioni e calcolo dei predicati

Abbiamo già notato che il *calcolo delle proposizioni* non considera come è fatto al suo interno un enunciato elementare, non entra nel merito di ciò che esso afferma; e neanche prende in considerazione quale collegamento esista tra gli elementi del discorso e gli oggetti fuori del discorso a cui essi si riferiscono. Potremmo anche dire che il calcolo delle proposizioni non è interessato al significato degli enunciati, ma solo alla forma degli enunciati complessi.

Se cercassimo di esprimere il ragionamento

Tutti gli uomini sono mortali, Socrate è un uomo quindi Socrate è mortale.

ricorrendo ai soli connettivi della logica proposizionale, lo dovremmo rappresentare così:

$p, q \vdash r$

formula che ovviamente non è corretta, perché in generale da due enunciati qualunque non se ne può derivare un terzo arbitrario; notiamo che questa formula non rispetta il fatto che la parola *Socrate* occorre in due degli enunciati, così come anche la parola *uomo*, se prescindiamo dalla declinazione singolare-plurale. La validità dell'inferenza contenuta nel ragionamento, peraltro evidente, non può essere stabilita sulla base delle relazioni esistenti tra le tre proposizioni componenti, ma solo in base alle relazioni esistenti tra i *termini* che in esse occorrono [4].

La logica categorica

Il limite del calcolo delle proposizioni è superato dal *calcolo dei predicati*. Storicamente, il primo passo fu rappresentato dal modellare ogni enunciato come una coppia di *soggetto* e *predicato*, uniti dalla copula "è" o "sono", nella quale il *soggetto* *S* può stare per un individuo o per un insieme di individui ed il *predicato* *P* afferma una qualche *proprietà* del soggetto. Lo schema generale è

$S \text{ è } P$

Dato che in Aristotele le *categorie* raccolgono tutte le proprietà che si possono predicare di un soggetto, gli enunciati di questo tipo sono detti *categorici* ed il loro studio è chiamato anche *logica categorica*.

Enunciati particolari e generali, affermativi e negativi

Lo schema di enunciato $S \text{ è } P$ può differenziarsi in quattro tipi

A - universale affermativo: *ogni S è P* (es: *ogni uomo è generoso*)

I - particolare affermativo: *qualche S è P* (es: *qualche uomo è generoso*)

E - universale negativo: *nessun S è P* (es: *nessun uomo è generoso*)

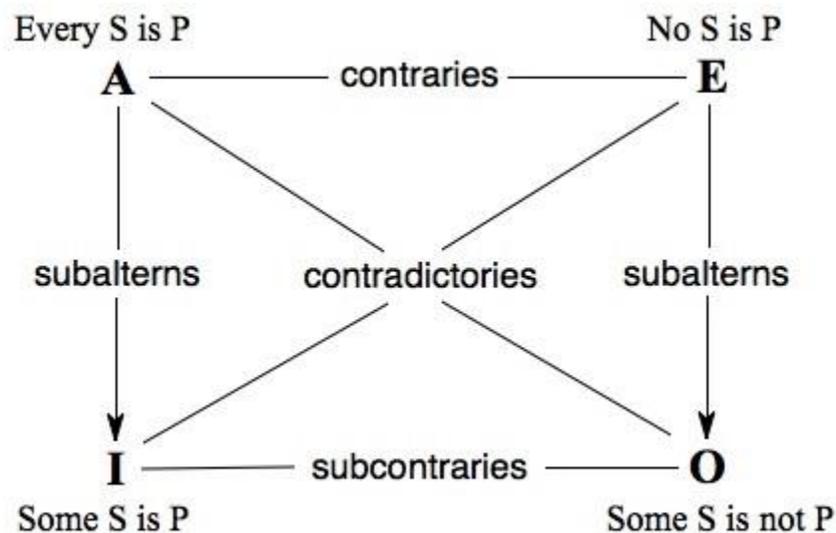
O - particolare negativo: *qualche S non è P* (es: *qualche uomo non è generoso*)

dove le vocali maiuscole sono state scelte dai logici aristotelici medievali, per designare i quattro tipi di enunciati, estraendole dalle parole latine *Adfirmo* e *nEgO*.

Forse è superfluo notare che

- negli enunciati generali, o universali, tipicamente occorrono parole come *ogni*, *tutti*, *nessuno*,
- negli enunciati particolari tipicamente occorrono parole come *qualche* e *alcuni* o nomi che denotano specifici individui.

Gli stessi logici hanno anche inventato un modo ingegnoso di disporre i quattro tipi di enunciati categorici ai vertici di un *quadrilatero degli opposti*



in cui i lati e le diagonali sono etichettate nel seguente modo:

A-E "contrari": *gli enunciati non possono essere entrambi veri*

I-O "subcontrari": *gli enunciati non possono essere entrambi falsi*

A-I e E-O "subalterni": *l'enunciato particolare di ciascuna coppia può essere inferito da quello generale*

A-O e E-I "contraddittori": *gli elementi di ciascuna coppia hanno valori di verità opposti tra loro*

I vincoli sopra esposti, tra enunciati aventi lo stesso soggetto e lo stesso predicato, ma con diversa portata (universale o particolare) e diverso segno (presenza o meno della negazione), possiamo considerarli come criteri per decidere sulla validità o meno dei numerosi tipi di sillogismo che si ottengono combinando in tutti i modi possibili gli enunciati categorici: enunciati universali e particolari, affermativi e negativi.

Sillogismo e sillogismi

Il ragionamento su Socrate che, in quanto uomo, è mortale, costituisce un esempio di *sillogismo*. Esiste tutta una famiglia di forme di ragionamento dimostrativo, studiate inizialmente da Aristotele e chiamate *sillogismi categorici*, che hanno in comune le seguenti *caratteristiche generali*:

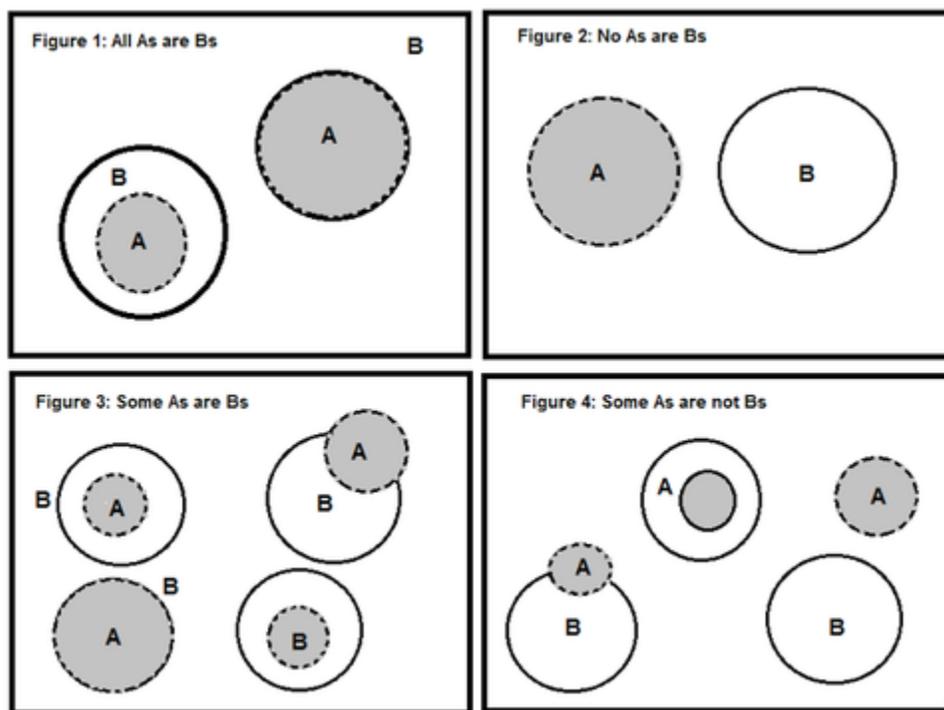
1. concatenano tre enunciati categorici, che devono includere una premessa di portata universale, detta *premessa maggiore*, una seconda premessa, detta *premessa minore* e una *conclusione*
2. almeno una delle premesse è affermativa, ovvero le premesse non possono essere entrambe negative
3. ciascuno dei termini che occorrono nella conclusione deve occorrere anche in una delle premesse
4. è necessario un *termine medio* che occorra in entrambe le premesse
5. se una delle premesse è negativa, anche la conclusione sarà negativa
6. la conclusione ha la stessa "forza" della premessa più "debole": basta che una premessa sia particolare perché la conclusione sia particolare; ma se entrambe le premesse sono universali, anche la conclusione deve essere universale;

provate a rileggere il sillogismo su Socrate per rendervi conto esso rispetta queste caratteristiche.

Le principali forme del sillogismo aristotelico, dette anche *figure*, si distinguono per la posizione del termine medio all'interno delle premesse. Ne illustriamo brevemente tre; della quarta forniamo solo lo schema caratteristico.

L'interpretazione dei sillogismi in termini estensionali

Le regole dei sillogismi si possono rendere intuitive dandone un'interpretazione in termini di insiemi e una rappresentazione insiemistica con i diagrammi di Venn. Se etichettiamo come A l'insieme dei soggetti della categoria S ed etichettiamo come B l'insieme dei soggetti della categoria P, le figure seguenti forniscono rappresentazioni con diagrammi di Venn dei quattro tipi di sillogismo ai vertici del quadrato degli opposti:



Questo è il mapping dalla formulazione in termini di categorie (tra parentesi) a quella in termini di insiemi:

- Figura 1: ogni elemento di A è un elemento di B (tutti gli S sono P)
- Figura 2: nessun elemento di A è un elemento di B (nessun S è P)
- Figura 3: alcuni elementi di A sono anche elementi di B (qualche S è P)
- Figura 4: alcuni elementi di A non sono elementi di B (qualche S non è P)

La prima figura del sillogismo

L'esempio fatto più sopra, che qui riportiamo per comodità

Tutti gli uomini sono mortali, Socrate è un uomo quindi Socrate è mortale

costituisce, in particolare, un esempio di sillogismo della *prima figura*, nel quale il termine medio - sottolineato - occorre come soggetto della *premessa maggiore* e come predicato della *premessa minore* (quella meno universale):

- *uomo / uomini* è il termine medio, che compare in entrambe le premesse
- la *premessa maggiore*, *Tutti gli uomini sono mortali*, in questo caso è affermativa
- la *premessa minore*, *Socrate è un uomo*, in questo caso è anch'essa affermativa.

Se schematizziamo ciascun enunciato con una coppia di lettere del tipo S/P, dove S sta per soggetto e P per predicato (soggetto/predicato), e poi rimpiazziamo S o P con M nella posizione del termine medio, i tre enunciati della prima figura si possono schematizzare nell'ordine come M/P, S/M, S/P.

Modi validi per i sillogismi della prima figura

Si può dimostrare che, fra tutte le combinazioni compatibili con lo schema di sillogismo della prima figura (M/P, S/M, S/P), sono validi i sottotipi – o *modi* – qui sotto esemplificati:

Tutti i bambini sono intelligenti, Tutti i monelli sono bambini , quindi Tutti i monelli sono intelligenti.

Nessun pesce ha i polmoni, Tutte le carpe sono pesci , quindi Nessuna carpa ha i polmoni.

Tutti i professori sono clown, Alcuni saggi sono professori , quindi Alcuni saggi sono clown.

Nessun mammifero è un pesce, Alcuni animali acquatici sono mammiferi , quindi Qualche animale acquatico non è un pesce.

Vediamo infatti che tutti soddisfano le 6 caratteristiche generali dei sillogismi categorici e lo schema proprio della prima figura. Negli esempi il termine medio è stato sempre sottolineato.

Le altre figure del sillogismo

La seconda figura del sillogismo

Si ha la seconda figura quando il termine medio occorre come predicato in entrambe le premesse; la si può schematizzare come S/M, S/M, S/P. I modi di questa figura danno luogo solo a conclusioni negative.

Ne diamo un solo esempio:

Nessun onesto è bugiardo, Alcuni politici sono bugiardi quindi Alcuni politici non sono onesti.

La terza figura del sillogismo

Si ha la terza figura quando il termine medio occorre come soggetto in entrambe le premesse; la si può schematizzare come M/P, M/P, S/P. I modi di questa figura danno luogo solo a conclusioni particolari.

Ne diamo un solo esempio:

Tutti i Canadesi sono nord-americani, Alcuni Canadesi sono alti quindi Alcuni nord-americani sono alti.

La quarta figura del sillogismo

Lo schema caratteristico di questa figura è P/M, M/S, S/P.

BIBLIOGRAFIA E WEBOGRAFIA

[1] Willy - Liceo Alfano I di Salerno (?), Breve introduzione alla logica, 2016

<http://www.liceoalfano1.gov.it/documenti/category/64-alfano-logico.html?download=375>

[2] Francesco Piro, L'argomentazione - Invito al pensiero e alla lettura critica, 2015, Fuori commercio – Dispensa ad esclusivo uso didattico

<http://www.liceoalfano1.gov.it/documenti/category/64-alfano-logico.html?download=316>

[3] Francesco Piro, Manuale di educazione al pensiero critico. Comprendere e argomentare, prefazione di Tullio De Mauro, Editoriale Scientifica, Napoli, 2015, pp.280

[4] CIDI - Centro di iniziativa democratica degli insegnanti (a cura di), Introduzione alla logica, Editori Riuniti, 1976

[5] Matematica online – YouMath, Implicazione (2018)

<https://www.youmath.it/domande-a-risposte/view/6992-implicazione-matematica.html>

[6] John Pollock, Interest driven suppositional reasoning. Journal of Automated Reasoning, 6:419-462, 1992

[7] Roberta Ferrario, Il ragionamento controfattuale: un modello e la sua applicazione al ragionamento pratico (2002), Università di Trento - Technical Report DIT-02-101

[8] Oxford Companion for Philosophy, Definizione di counterfactual.