Il ragionamento deduttivo

La deduzione è un processo di inferenza che fa derivare una certa conclusione da premesse più generiche, che la giustificano completamente: date le premesse, non vi è altra conclusione possibile.

I bambini trovano noioso fare i compiti. Quindi mia nipote Emma, che è una bambina, lo trova noioso.

Questa argomentazione fa riferimento ad una premessa che forse non è condivisa dall'interlocutore ma che per l'enunciatore sembra rappresentare una verità incontrovertibile; se però la prendiamo come esempio di deduzione, l'unica cosa che ci interessa notare è questa: che la conclusione non aggiunge nuova informazione ma esplicita solo quella già contenuta (implicitamente) nelle premesse; il risultato di una deduzione è letteralmente una *tautologia*.

Ma allora, a che cosa serve la deduzione? Di per sé essa non ci consente di raggiungere nuove verità, ma "solo" di preservare le verità che già possediamo; e non è poco. Utilizzare in modo corretto la deduzione costituisce una specie di igiene della mente, la più semplice che esista. Questa, per utilizzare un'espressione tipica della logica, costituisce una *condizione necessaria ma non sufficiente* per effettuare dei buoni ragionamenti.

Il ragionamento deduttivo è stato tra i primi che si è cercato di formalizzare, fin dall'antichità della Grecia classica. Il suo studio ha fatto progressi nell'età moderna e contemporanea, anche grazie ad un tentativo di "matematizzazione" della logica iniziata forse con Leibniz e proseguita negli ultimi secoli con studiosi come Boole, Frege, Peano e Russel.

Il calcolo proposizionale e i suoi limiti

Nella logica formale, il termine "proposizione" è per lo più usato come sinonimo di "enunciato", perché si prendono in considerazione solo le proposizioni per cui ha senso chiedersi se sono vere o false. Questo è chiamato principio della *bivalenza*; il termine non inganni: bivalente non significa ambiguo o ambivalente; al contrario, significa che non si prendono in considerazione vie di mezzo tra vero e falso.

Il *calcolo proposizionale*, detto anche *calcolo delle proposizioni* o *calcolo degli enunciati*, è un calcolo simbolico dove ci interessano solo

- le *proposizioni*, rappresentate da *variabili proposizionali*
- il modo in cui si possono *comporre* più proposizioni
- il modo con cui si *deriva* il valore di verità delle proposizioni complesse.

Il calcolo proposizionale lascia ad altre discipline di indagare sul concetto di verità, sui criteri per decidere come assegnare un valore di verità ad un enunciato elementare (plausibilità? consenso? osservazione? tradizione? ...). Esso analizza solo i meccanismi *razionali* che preservano la verità nel comporre enunciati elementari in enunciati complessi; chi per esempio crede, o comunque accetta come premesse in un ragionamento

Allah è grande. Maometto è il profeta di Allah.

non dovrebbe avere difficoltà ad accettare come logica conclusione

Allah è grande e Maometto è il suo profeta.

Il principio della bivalenza (ogni proposizione può essere solo o vera o falsa) esclude ogni sfumatura intermedia, cioè la gamma dei valori di verità suggerita dalle espressioni del linguaggio di tutti i giorni come "forse ...", "probabilmente ...", "sono sicuro che ...". Inoltre, vengono presi in considerazione solo discorsi che abbiano una struttura "logica", in cui cioè le proposizioni componenti sono legate da un ristretto insieme di connettivi logici, detti anche *operatori logici*.

I connettivi logici del calcolo proposizionale

Gli unici connettivi logici consentiti dal calcolo proposizionale, per comporre proposizioni complesse, sono quelli che corrispondono, nella lingua italiana, all'avverbio "non", alle congiunzioni "e" ed "o", e alle espressioni *condizionali* del tipo “se … allora …”.

Una vista d’insieme

Per comodità, presentiamo subito una tabellina sinottica che abbozza una corrispondenza tra i connettivi logici usati nella formalizzazione del calcolo proposizionale e le parole della lingua italiana che spesso li richiamano, introducendo anche i simboli che possono essere usati nelle *formule* del calcolo proposizionale, cioè nelle espressioni composte da variabili proposizionali e connettivi logici.

parola o espressione in italiano	numero di argomenti	nome dell’ operazione	simbolo preferito	simboli alterna-tivi	operaz. insiemi-stica	simbolo latino	simbolo booleano	mnemo-nico inglese
non	1	negazione	$\neg$	$\sim$	$-$	non	NOT	not
e	2	congiunzione	$\wedge$	&	$\cap$	et	AND	and
o, oppure	2	disgiunzione (inclusiva)	$\vee$		$\cup$	vel	OR	or
“	2	disgiunzione esclusiva	$\oplus$	/ $\veebar$		aut-aut	XOR	exclusive or
“	2	disgiunzione di incompatibilità	$\mid$				NAND	not-and
se … allora …	2	implicazione	$\rightarrow$	$\Rightarrow$				if
se e solo se … allora …	2	doppia implicazione	$\leftrightarrow$	$\Leftrightarrow$				iff

Di ciascun connettivo daremo nel seguito, mediante una specifica *tavola di verità*, una interpretazione in termini di operazione logica. La tavola di verità per un connettivo logico *enumera* le possibili combinazioni dei valori di verità degli argomenti (1 o 2 nel caso più semplice) e, per ciascuna combinazione, il valore di verità della proposizione composta che si ottiene legando gli argomenti con quel connettivo.

Abbiamo usato una tonalità più chiara di grigio per le due linee della tabella contrassegnate con i nomi di operazione *disgiunzione esclusiva* e *disgiunzione di incompatibilità*; questo per segnalare che avremmo potuto ometterle: non sono necessarie nel costruire le formule del calcolo proposizionale, ma sono solo utili a rendere più concise e leggibili alcune formule e alcune derivazioni. Infatti, esprimendoci con la terminologia dell’algebra di Boole, è sempre possibile riscrivere una formula sostituendo gli operatori XOR e NAND con gli *operatori fondamentali* NOT, AND, e NOT, come vedremo nell’ultima sezione di questa unità.

La parola “e” come congiunzione logica

Roma è la capitale dell’Italia e Parigi è la capitale della Francia.

L'operazione rappresentata dalla congiunzione italiana "e" è chiamata *congiunzione* non solo nel linguaggio della grammatica ma anche in quello della logica. Un modo per formalizzarne il significato, cioè per esprimerlo in modo chiaro e incontrovertibile, è quello di usare una *tavola di verità*.

p	q	p ∧ q
vero	vero	vero
vero	falso	falso
falso	vero	falso
falso	falso	falso

Questa tabella, con le prime due colonne enumera tutte le possibili combinazioni dei valori di verità di due proposizioni e nella terza riporta il valore di verità della proposizione "p *e* q", che si ottiene come loro congiunzione, cioè il valore di verità di una proposizione che le affermasse entrambe.

Alcune osservazioni:

- per evitare confusione, al posto della parola "e", abbiamo usato il simbolo "∧" (che pure si legge "e") come connettivo, cioè per rappresentare l'operatore di congiunzione; "∧" ha il vantaggio di essere simile all'operatore "⋂" usato per *l'intersezione* di insiemi, che ha qualche analogia con la congiunzione logica; altri simboli usati sono l'inglese "AND" e il latino "et", che può essere scritto anche come "&"
- per indicare che stiamo parlando di proposizioni in generale, non di specifici enunciati, abbiamo usato i simboli *p* e *q*, dato che è comune usare le lettere *p*, *q*, *r*, … come variabili proposizionali
- abbiamo rappresentato i due valori di verità con la coppia di parole italiane (*vero*, *falso*), ma avremmo potuto usare altre coppie, come (*V*, *F)*, oppure (*True*, *False)* o (*T*, *F*), oppure (*1*, *0*).

Se la variabile *p* stesse per la proposizione "Roma è la capitale dell'Italia" e *q* per "Parigi è la capitale della Francia", e considerassimo entrambe le cose vere, applicando la prima riga della tabella di verità otterremmo che è vera anche la proposizione complessa "Roma è la capitale dell'Italia e Parigi è la capitale della Francia". Tuttavia il ruolo della tavola di verità è quello di prevedere tutte le possibili combinazioni dei valori di verità di "p" *e* "q", non una sola.

Il ladro ha visto la guardia <u>e</u> [il ladro] è scappato.

Qualcuno avanza il dubbio che le due proposizioni congiunte non siano "logicamente" indipendenti, che l'autentica interpretazione di questo enunciato complesso sia che il ladro è scappato *dopo che* ha visto la guardia, o anche *perché* ha visto la guardia? Lecito, anzi plausibile; ma un'inferenza di questo tipo andrebbe oltre i confini del calcolo proposizionale; se ci atteniamo ad un'interpretazione in cui la congiunzione "e" dell'Italiano equivale all'operatore di congiunzione logica "∧", è solo la tavola di verità di questo che possiamo utilizzare, dopo aver appurato se è vero o no che il ladro ha viso la guardia e se è vero o no che il ladro è scappato.

La parola "non" come negazione

Roma <u>non</u> è la capitale dell'Italia.

L'operatore rappresentato dalla parola "non", che si applica ad una singola proposizione, dà come risultato una il cui valore di verità è invertito rispetto a quella originaria; trasforma cioè una proposizione vera in una falsa e viceversa. La tavola di verità è molto semplice:

p	¬ p
vero	falso
falso	vero

Abbiamo usato il simbolo "¬" (che si legge "non") per rappresentare l'operatore logico di negazione; un altro simbolo usato è la parola inglese "NOT".

Possiamo qui aggiungere che il calcolo proposizionale accoglie in sé il *principio di non contraddizione*, per il quale se da certe premesse si potesse derivare, per una proposizione *p*, sia che essa è vera, sia che essa è falsa, allora almeno una delle premesse è necessariamente falsa. Si tratta di un *assioma*, cioè di una regola di derivazione che può essere usata come un teorema ma che si ritiene di non dover dimostrare.

La parola "o" come disgiunzione logica

L'interpretazione formale della parola "o" è più problematica di quella della parola "e" [3, 4].

(o.1) *Paolo è molto intelligente o ha studiato molto.*

In questo esempio si parla di un certo Paolo che ha appena superato un esame.

La tavola di verità per una proposizione di questo tipo potrebbe essere la seguente:

p	q	p V q
vero	vero	vero
vero	falso	vero
falso	vero	vero
falso	falso	falso

Un solo caso porta ad un risultato falso; infatti, perché la proposizione complessa sia vera, basta che lo sia una delle due proposizioni componenti, senza escludere che lo siano entrambe. Per la *disgiunzione logica inclusiva* ("o" inclusivo) abbiamo usato il simbolo "V" (che si legge "o") come connettivo; "V" ha il vantaggio di essere simile all'operatore "U" usato per *l'unione* di insiemi, che ha qualche analogia con la disgiunzione logica; altri simboli usati sono l'inglese "OR" e il latino "vel".

La disgiunzione esclusiva

(o.2) *A colazione Marta [o] beve un caffè o [beve] un tè*

La tavola di verità per una proposizione di questo secondo tipo è un po' diversa dalla precedente:

p	q	p ⊕ q
vero	vero	falso
vero	falso	vero
falso	vero	vero
falso	falso	falso

In altri termini, in questa che si chiama *disgiunzione esclusiva* ("o" esclusivo), un nuovo caso viene considerato falso, quello in cui entrambe le proposizioni semplici siano vere. L'operatore "o" esclusivo, oltre che con il simbolo "⊕" usato in tabella, può essere rappresentato con il simbolo "⊻", simile a quello della "o" inclusiva, o con lo pseudo-inglese XOR (eXclusive OR) o con il latino "aut-aut".

La disgiunzione di incompatibilità

(o.3) *A tavola* o *si mangia* o *si parla*

In questo terzo caso, detto della *incompatibilità*, il simbolo usato dai logici è la barra verticale "|". La tavola di verità è ancora diversa dalle precedenti, perché l'unica eventualità che si esclude è quella in cui entrambe le proposizioni semplici siano vere: mangiare e parlare sono considerate azioni tra loro incompatibili. Invece, nulla impedisce di digiunare e tacere (ultima riga).

p	q	p | q
vero	vero	falso
vero	falso	vero
falso	vero	vero
falso	falso	vero

Per la disgiunzione di incompatibilità si usa anche il simbolo NAND; si tratta della contrazione di "NOT AND", che possiamo esprimere in parole come "è falso che siano entrambe vere". Di fatto, l'ultima colonna si ottiene invertendo quella della tavola di verità dell'operatore AND (congiunzione "e").

Gli esempi di disgiunzione che abbiamo presentato ci fanno capire che la formalizzazione con i connettivi logici di una frase in lingua naturale non è poi così ovvia, ma richiede uno sforzo di interpretazione: di solito la formalizzazione proposta appare scontata solo se si condividono alcune assunzioni di contesto. Per esempio:

- in (o.1) probabilmente si assume che l'esame era difficile
- in (o.2) si tiene conto del fatto che non è comune prendere sia il caffè che il tè a colazione
- in (o.3) si presuppone il rispetto di una regola di buona educazione; in realtà, piuttosto che di un enunciato *apofantico* (che manifesta come stanno le cose), lo si potrebbe considerare un enunciato *prescrittivo*, che enuncia una norma da seguire, e di cui non si può dire se è vero o falso.

Ragionare con il calcolo proposizionale

Come usare i connettivi logici nel ragionamento

Rinviando ad una successiva unità l'esame dei due connettivi logici di uso più difficile, l'implicazione e la doppia implicazione, vediamo qui, per quelli già definiti, quali sono le operazioni che è lecito effettuare su una formula che li contenga [3]. Finché non facciamo questo, non si può dire che il calcolo proposizionale ci serva ad effettuare dei ragionamenti.

Anche in questo caso ci serviamo di una tabella sinottica, che è certo complessa, ma ci fornisce una comoda vista d'insieme.

connettivo	*sigla dell' operazione*	*nome dell' operazione*	*formula/e di sinistra*	*dimostra*	*formula di destra*	*In parole*
Negazione ¬	IDN	Introduzione della Doppia Negazione	p	⊢	¬¬p	*una doppia negazione afferma*
	EDN	Eliminazione della Doppia Negazione	¬¬p	⊢	p	
Congiunzione &	I&	Introduzione della Congiunzione	p, q	⊢	p&q	*se due proposizioni sono vere singolarmente, lo è anche la loro congiunzione*
	E&	Eliminazione della Congiunzione	p&q	⊢	p, q	*se è vera la congiunzione di due proposizioni, lo è anche ciascuna di esse presa singolarmente*
Disgiunzione V	IV	Introduzione della Disgiunzione	p	⊢	p V q	*se una proposizione è vera, lo è anche in disgiunzione con una qualsiasi altra proposizione*
	EV	Eliminazione della Disgiunzione	p V q, ¬q p V q, ¬p	⊢ ⊢	p q	*se è vera la disgiunzione tra una proposizione p e una q, e se è noto che la seconda è falsa, allora la prima vera, e viceversa*

L'argomentazione come parafrasi

Il simbolo "⊢", che non avevamo ancora incontrato, sta per *dimostra*. Il suo significato è simile al connettivo "→" che sta per *implica*; ma c'è una differenza significativa:

- "→" è un connettivo che opera all'interno della logica delle proposizioni, cioè serve a costruire proposizioni complesse e, come gli altri connettivi-operatori, ha una sua tavola di verità; invece,
- "⊢" fa parte del *metalinguaggio* logico-matematico che qui ci serve per parlare della logica proposizionale e per dire che cosa è lecito fare con essa; più precisamente, per dire come si possono riscrivere le sue formule allo scopo di esplicitare verità nascoste o, appunto, di ri-formularle;

riferendoci al linguaggio naturale, diremmo che queste operazioni ci servono a fare delle *parafrasi*.

Per ciascuna delle operazioni di riscrittura delle formule descritte in tabella, il fatto che essa preservi il valore di verità della formula di sinistra si può dimostrare sulla base degli assunti del calcolo proposizionale; esso costituisce, cioè, un *teorema*. Un modo di dimostrare tali teoremi consiste nel calcolare la tavola di verità dell'intera formula, a partire da quelle dei connettivi usati, e nel mostrare che la tavola di verità non cambia a seguito della riscrittura.

Esempi di applicazione delle operazioni di riscrittura

Le operazioni di riscrittura basate sulle proprietà dei connettivi logici ci consentono di dimostrare la liceità di derivazioni che in italiano si potrebbero scrivere come segue:

(EDN) *E' falso che io non sappia cantare*. ├ *Io so cantare*.

(I&) *Maria sa suonare*. *Maria sa cantare*. ├ *Maria sa suonare e cantare*.

(E&) *Maria sa suonare e cantare*. ├ *Maria sa suonare*. *Maria sa cantare*.

(IV) *La Roma ha vinto*. ├ *La Roma ha vinto o la Lazio ha pareggiato*.

(EV) *Paola è alta o porta i tacchi*. *Paola non porta i tacchi*. ├ *Paola è alta*.

Leggere e capire

Uno dei principali obbiettivi dello studio del ragionamento è quello di abituarsi alla lettura critica; per essere in grado di estrarre l'informazione contenuta in un testo e distinguere, per esempio, quale informazione è data esplicitamente e quale in forma implicita; quali inferenze chi scrive intende suggerire al lettore e quali questi può comunque fare di sua propria iniziativa.

Alcune tecniche di base

In un altro percorso di apprendimento, dedicato alle *tecniche di base per l'analisi dei testi* - tecniche che entro certi limiti è anche possibile automatizzare -, abbiamo preso in considerazione, tra altri, i seguenti tipi di elaborazione

- la *segmentazione* del testo in frasi, per la quale si considerano soprattutto i segni di interpunzione ed eventualmente anche la disposizione del testo nella pagina o sullo schermo
- il *POS-tagging*, cioè la classificazione delle parole in *parti del discorso* (POS = *parts of speech*) o *categorie grammaticali*
- l'estrazione dei *frammenti* più significativi della frase, corrispondenti per lo più a *chunk nominali* e a *chunk verbali*
- la ricostruzione della struttura completa del testo mediante la tradizionale analisi sintattica o *analisi per costituenti*, che consente di derivare un *albero sintattico*, nel quale la radice rappresenta l'intera frase e ogni nodo un costituente intermedio (frasi verbali, nominali, preposizionali, ecc.)
- *l'analisi di dipendenza*, cioè la ricostruzione della struttura logica del testo in termini di legami tra parole; essa richiede una conoscenza approfondita del lessico: non solo delle *parole grammaticali* (soprattutto congiunzioni e preposizioni), ma anche delle *parole lessicali* - come verbi e nomi -, ciascuna delle quali è caratterizzata dalla sua *valenza*, cioè dal numero e dal tipo dei legami con altri elementi del testo (come i *complementi*) che devono o possono completarne il significato.

Riformulare il testo

Un primo passo per capire un testo può essere quello di provare a riscriverlo in forma semplificata; per esempio; il seguente testo, riportato da [6] e tradotto da noi con [7]

> *Il primo ministro Vladimir V. Putin, leader supremo del paese, ha abbreviato un viaggio in Siberia, tornando a Mosca per supervisionare la risposta federale. Putin ha costruito la sua reputazione in parte sul suo successo nel sopprimere il terrorismo, così che gli attacchi potrebbero essere considerati una sfida alla sua statura …*

potrebbe essere riscritto nel seguente modo:

> *Il primo ministro Vladimir V. Putin ha abbreviato un viaggio in Siberia.*

Il primo ministro Vladimir V. Putin era il leader principale del paese.
Il primo ministro Vladimir V. Putin è tornato a Mosca per supervisionare la risposta federale.
Putin ha costruito la sua reputazione in parte grazie al suo successo nella repressione del terrorismo.
Gli attacchi potrebbero essere considerati una sfida per la statura di Putin.

Che cosa abbiamo fatto? Essenzialmente abbiamo riscritto le frasi subordinate come frasi indipendenti e abbiamo esplicitato la *co-referenzialità*, cioè il fatto che la maggior parte delle informazioni si riferiscono allo stesso individuo, ripetendo il nome di questo fino alla noia. Se fosse stato utile, avremmo potuto anche spezzare frasi coordinate e sostituire parole difficili con altre di uso più comune o con parafrasi.

Alla fine abbiamo ottenuto un insieme di frasi dichiarative, o *proposizioni*, che, se prestiamo fede all'autore del testo, potremmo considerare tutte vere; esse ci potrebbero consentire di fare una serie di inferenze, se disponessimo anche di alcune premesse di tipo generale, come per esempio *Il leader di un paese abbrevia un viaggio se e solo se è molto preoccupato*.

In realtà questa operazione di riscrittura e semplificazione è presentata in [6] come propedeutica alla compilazione di un insieme di domande atte a verificare la comprensione del testo stesso, quali

Chi ha abbreviato un viaggio in Siberia?
Come Putin ha costruito la sua reputazione?

Le leggi di De Morgan

All'inizio, presentando una vista d'insieme dei connettivi logici, avevamo notato che nel calcolo proposizionale non sono necessari – anche se risultano utili – i connettivi che vengono chiamati XOR e NAND nella terminologia dell'algebra di Boole; che cioè, dei diversi tipi di disgiunzione, ci basterebbe solo quella *non esclusiva*, con la quale non si esclude che entrambe le premesse siano vere.

Per giustificare questa affermazione ci vengono in aiuto le due *leggi di De Morgan*, più facili da memorizzare se si tiene conto del fatto che presentano una struttura simmetrica:

	1° legge di De Morgan	*2° legge di De Morgan*
formulazione simbolica	¬ (p & q) *equivale a* ¬ p V ¬ q	¬ (p V q) *equivale a* ¬ p & ¬ q
in termini astratti	La negazione di una congiunzione equivale alla disgiunzione dei suoi argomenti negati	La negazione di una disgiunzione equivale alla congiunzione dei suoi argomenti negati
in parole povere	Se *p e q* non sono entrambi veri, vuol dire che o *non è vero p* o *non è vero q*	Se non è vero che *p o q*, vuol dire che sono entrambi falsi (non veri)
nella notazione booleana	NAND(p, q) *equivale a* (NOT p) OR (NOT q)	XOR(p, q) *equivale a* (p OR q) AND NOT (p AND q)

La cella nell'ultima riga per la prima legge ci mostra che la *disgiunzione di incompatibilità* (simbolo NAND) si può esprimere in termini di negazione (NOT) e disgiunzione inclusiva (OR). La cella accanto ci dice che la disgiunzione esclusiva (simbolo XOR) si può esprimere in termini di negazione (NOT), congiunzione (AND) e disgiunzione non esclusiva (OR); affermazione che non coincide esattamente con la formulazione dalla *2° legge di De Morgan*, ma che sarebbe facile derivare da essa.

A differenza del principio di non contraddizione, che è un *assioma*, le leggi di De Morgan sono *teoremi*, cioè possono cioè essere dimostrate. Si potrebbero dimostrare algebricamente, cioè con una serie di passaggi simbolici, ma è più elementare fare ricorso alle tavole di verità dei connettivi che in essi figurano. Per il lettore curioso, lo facciamo qui per la *1° legge di De Morgan*; lasciandogli la dimostrazione della seconda legge come esercizio.

2.	0.	1.	0.		3.	0.	5.	4.	0.
¬ (	**p**	**&**	**q**	**)** *equivale a*	**¬**	**p**	**V**	**¬**	**q**
F	T	T	T		F	T	F	F	T
T	T	F	F		F	T	T	T	F
T	F	F	T		T	F	T	F	T
T	F	F	F		T	F	T	T	F

Nella seconda riga abbiamo riportato le due proposizioni complesse di cui vogliamo dimostrare l'equivalenza: basta che costruiamo la tavola della verità per entrambe (in colonna 2 e 5 rispettivamente) e verifichiamo che esse sono identiche.

Procediamo per passi:

- al passo iniziale (numerato con 0. nella prima riga), per entrambe le proposizioni riportiamo in rosso le quattro possibili combinazioni delle variabili *p* e *q* (proposizioni indipendenti): TT, TF, FT e FF, dove *T* sta per *vero* e *F* sta per *falso*
- ad ognuno dei passi successivi (numerati da 1 in poi), calcoliamo, una per volta, la tavola della verità per una proposizione composta di crescente complessità, prima a sinistra: 1. **p & q**, 2. **¬ (p & q)** …
- … e poi a destra: 3. **¬p**, 4. **¬q**, 5. **¬p V ¬q**
- alla fine, vediamo che, effettivamente, le tavole in colonna 5 e 2 hanno gli stessi valori (in verde) per le stesse combinazioni di valori di *p* e *q*.

BIBLIOGRAFIA E WEBOGRAFIA

[1] Willy - Liceo Alfano I di Salerno (?), Breve introduzione alla logica, 2016
http://www.liceoalfano1.gov.it/documenti/category/64-alfano-logico.html?download=375

[2] Francesco Piro, L'argomentazione - Invito al pensiero e alla lettura critica, 2015, Fuori commercio – Dispensa ad esclusivo uso didattico
http://www.liceoalfano1.gov.it/documenti/category/64-alfano-logico.html?download=316

[3] Francesco Piro, Manuale di educazione al pensiero critico. Comprendere e argomentare, prefazione di Tullio De Mauro, Editoriale Scientifica, Napoli, 2015, pp.280

[4] CIDI - Centro di iniziativa democratica degli insegnanti (a cura di), Introduzione alla logica, Editori Riuniti, 1976

[5] Michael Heilman, Extracting Simplified Statements for Factual Question Generation
http://www.cs.cmu.edu/~mheilman/papers/heilman-smith-qg-extr-facts.ppt

[6] DeepL Translator online
www.DeepL.com/Translator